

2024 年度 奨学生入学試験

数 学

(試験時間 60分)

I 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、25 ページあります。出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目		ペ ー ジ	選 択 方 法
数学①	数学 I ・ 数学 A	3 ～ 13	数学①もしくは数学②のどちらか1科目を選択して解答しなさい。 ただし、教育学部学校教育課程を志願し、文系型で数学を受験する者は数学①を、理系型で数学を受験する者は数学②を必ず受験すること。
数学②	数学 I ・ 数学 A 数学 II ・ 数学 B	15 ～ 25	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 試験コード欄・座席番号欄
試験コード・座席番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
 - ② 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ③ 解答科目欄
解答する科目を一つ選び、科目名の右の○にマークしなさい。マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となります。
- 5 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

裏表紙へ続く、裏表紙も必ず読むこと。

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア** , **イウ** などには、符号(−, ±)又は数字(0~9)が入ります。**ア** , **イ** , **ウ** , …の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア** , **イ** , **ウ** , …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に−35 と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>				
イ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ウ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>						

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{2}{3}$ と答えたいときは、 $\frac{-2}{3}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{1}{2}$ と答えるところを、 $\frac{2}{4}$ のように答えてはいけません。

- 4 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで①にマークしなさい。

例えば、**キ** . **クケ** に 4.5 と答えたいときは、4.50 として答えなさい。

- 5 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、**コ** $\sqrt{\text{サ}}$ に $6\sqrt{2}$ と答えるところを、 $3\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

- 6 根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\text{シ} + \text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ に $\frac{1 + 2\sqrt{2}}{3}$ と答えるところを、 $\frac{2 + 4\sqrt{2}}{6}$ や $\frac{2 + 2\sqrt{8}}{6}$ のように答えてはいけません。

- 7 問題の文中の二重四角で表記された **タ** などには、選択肢から一つを選んで、答えなさい。

- 8 同一の問題文中に **チツ** , **テ** などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、**チツ** , **テ** のように細字で表記します。

数学①〔数学Ⅰ・数学A〕

数学①もしくは数学②のどちらか1科目を選択して解答しなさい。

教育学部 学校教育課程を志願し、文系型で数学を受験する者は数学①を、理系型で数学を受験する者は数学②を必ず受験すること。

解答用紙の解答科目欄に解答する科目を必ずマークすること。

数学①〔数学Ⅰ・数学A〕

第1問

(1) $7 - 2\sqrt{3}$ の整数部分を a ，小数部分を b とすると

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad \frac{1}{b} - \frac{1}{a-1} = \frac{\boxed{\text{イ}} + \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) 次の

オ

 ,

カ

 に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

(i) x, y を実数とする。

$|x| = |y|$ が成り立つことは、 $2x^2 + y^2 - 2x(y + 1) + 1 = 0$ が成り立つための

オ

 。

(ii) $\triangle ABC$ において、 $\sin A \cdot \cos B = \sin C$ が成り立つことは、 $\angle A = 90^\circ$ であるための

カ

 。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが、必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(3) 不等式 $|3p - 1| - |p + 1| \leq 7$ を満たす実数 p の値の範囲は

$$\frac{\text{キク}}{\text{ケ}} \leq p \leq \frac{\text{コ}}{\text{サ}}$$

である。

数学①

(4) 五つの文字 a, b, c, d, e から重複を許して 3 個を選び、それらを左から順に並べる。例えば、「 a, a, b 」と「 a, b, a 」は別の並べ方である。

(i) 並べ方の総数は **シスセ** 通りある。

(ii) ちょうど 2 種類の文字を含む並べ方は全部で **ソタ** 通りある。

(5) k を正の整数とする。六つの数値からなるデータ

$$4, 5, 6, 8, k, k + 3$$

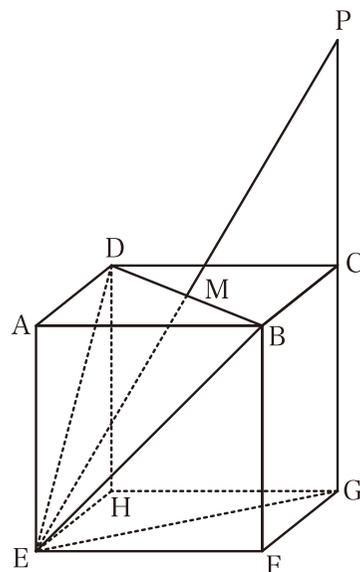
の平均値は k を用いて $\frac{k + \boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ と表される。また、 k が正の整数全体を

動くとき、このデータの中央値がとり得る値のうち、2番目に大きいものは

$\frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

第2問

直方体 ABCD-EFGH において、
 AB = AE であり、長方形 ABCD の対角線 BD の長さは 3、 $\triangle BDE$ の外接円 K の半径は 2 である。また、平面 BDE と直線 CG の交点を P とすると、線分 PE は対角線 BD の中点 M を通る。さらに、線分 EG を 1:2 に内分する点を Q とし、直線 PQ と直線 GM の交点を R とする。



(1) $\triangle BDE$ に正弦定理を用いると

$$BE = \boxed{\text{ア}} \sin \angle BDE$$

である。また、 $AB = AE$ であることより、二つの直角三角形 $\triangle DAB$ と $\triangle DAE$ は合同であるので、 $BD = ED$ である。よって、余弦定理を用いると

$$BE^2 = \boxed{\text{イウ}} - \boxed{\text{エオ}} \cos \angle BDE$$

である。これらから

$$\cos \angle BDE = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

であり

$$BE = \frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

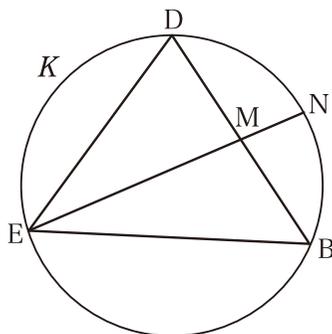
である。

$$(2) \quad EM = \frac{\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。また、直線 EM と円 K の交点のうち、E と異なるものを N とおくと

$$MN = \frac{\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。



(3) 直方体 ABCD-EFGH の辺 AB, AE, AD について

$$AB = AE = \frac{\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}, \quad AD = \frac{\boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。また、 $\triangle PEQ$ と直線 GM に着目すると

$$\frac{RQ}{PR} = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

であるから

$$RQ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ネノハ}}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$

である。

第3問

4個のさいころを同時に投げる。

(1) 6の目が出ない確率は $\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\right)^4$ である。また、4個のさいころの目の最

大値が3となる確率は $\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{イ}}^4}$ であり、4個のさいころの目の平均値が2と

なる確率は $\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{イ}}^4}$ である。

(2) 4個のさいころの目がすべて異なる確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。また、ちょう

ど3種類の目が出る確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(3) 4個のさいころの目の最大値が5で、かつ最小値が3である確率は

$\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$ である。

(4) 1の目が少なくとも2個出る確率は $\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テトナ}}}$ である。また、1の目が

少なくとも2個出るとき、4個のさいころの目の和が9以上となる確率は

$\frac{\boxed{\text{ニヌネ}}}{\boxed{\text{ノハヒ}}}$ である。

第4問

a, b を定数として、 x の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = -2x^2 + ax + b$$

と定める。放物線 $y = f(x)$ は 2 点 $(0, \frac{3}{4})$, $(\frac{3}{2}, 0)$ を通る。また、関数 $g(x)$ を次のように定める。

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} & (x \leq 0, \frac{3}{2} \leq x) \\ f(x) & (0 < x < \frac{3}{2}) \end{cases}$$

(1) $a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$, $b = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり、放物線 $y = f(x)$ の頂点の座標は

$(\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}})$ である。また、放物線 $y = f(x)$ を x 軸方向に -2 , y

軸方向に $\frac{1}{4}$ だけ平行移動した放物線の方程式は

$$y = -2x^2 - \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}x - \boxed{\text{セ}}$$

である。

(2) k を正の定数とする。 x の方程式 $g(x) = \frac{1}{8}k^2$ が 3 個の異なる実数解をもつ

ような k の値の範囲は $\sqrt{\boxed{\text{ソ}}} < k < \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

- (3) t を正の数とし, $t \leq x \leq t + 1$ における $g(x)$ の最小値を m とする。このとき, m は t の関数であり

$$m = \begin{cases} f(t) & \left(0 < t \leq \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \right) \\ f(t+1) & \left(\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} < t \leq \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \right) \\ -\frac{1}{2}t + \frac{1}{4} & \left(t > \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \right) \end{cases}$$

である。また, $3m$ が整数となるような 10 以下の正の数 t の個数は ニヌ である。

(下書き用紙)