2024年度　一般入学試験　後期日程

数　　学

（試験時間　60分）

Ⅰ　注　意　事　項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　この問題冊子は，25ページあります。出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出　題　科　目		ペ　ー　ジ	選　択　方　法
数学①	数学Ⅰ・数学A	3 〜 13	数学①もしくは数学②のどちらか**1科目を選択して解答しなさい。** ただし，**教育学部学校教育課程**を志願し，文系型で数学を受験する者は**数学①を**，理系型で数学を受験する者は**数学②を必ず受験すること。**
数学②	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B	15 〜 25	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**試験コード欄・座席番号欄**

試験コード・座席番号（数字）を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄**

氏名・フリガナを**記入**しなさい。

③　**解答科目欄**

解答する科目を一つ選び，科目名の右の⬯に**マーク**しなさい。**マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点**となります。

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

裏表紙へ続く，裏表紙も必ず読むこと。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，符号(−，±)又は数字(０～９)が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に−35 と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	−	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
ウ	−	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{2}{3}$ と答えたいときは，$\dfrac{-2}{3}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{1}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{2}{4}$ のように答えてはいけません。

4　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}$. $\boxed{\text{クケ}}$ に 4.5 と答えたいときは，4.50 として答えなさい。

5　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ に $6\sqrt{2}$ と答えるところを，$3\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

6　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ に $\dfrac{1+2\sqrt{2}}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{2+4\sqrt{2}}{6}$ や $\dfrac{2+2\sqrt{8}}{6}$ のように答えてはいけません。

7　問題の文中の二重四角で表記された $\boxed{\boxed{\text{タ}}}$ などには，選択肢から一つを選んで，答えなさい。

8　同一の問題文中に $\boxed{\text{チツ}}$ ，$\boxed{\boxed{\text{テ}}}$ などが２度以上現れる場合，原則として，２度目以降は，$\boxed{\text{チツ}}$ ，$\boxed{\boxed{\text{テ}}}$ のように細字で表記します。

数学①〔数学Ⅰ・数学A〕

数学①もしくは数学②のどちらか**１科目を選択して解答しなさい。**

教育学部 学校教育課程を志願し，文系型で数学を受験する者は**数学①を**，理系型で数学を受験する者は**数学②を必ず受験すること。**

解答用紙の解答科目欄に**解答する科目を必ずマークすること。**

数学①〔数学Ⅰ・数学A〕

第１問

(1)　次の $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

$$|2\sqrt{3}-7|+|\sqrt{3}-1|=\boxed{\text{ア}}$$

⓪　$3\sqrt{3}-8$　　①　$\sqrt{3}-6$　　②　$-\sqrt{3}+6$　　③　$-3\sqrt{3}+8$

(2)　a，b，c を実数の定数（$a \neq 0$）とする。放物線 $y=ax^2+bx+c$ が３点

$(3,\ 17)$，$\left(-1,\ -\dfrac{13}{3}\right)$，$(0,\ -5)$ を通るとき

$$a=\boxed{\text{イ}}\,,\quad b=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\,,\quad c=\boxed{\text{オカ}}$$

である。

(3) 次の $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

(i) 正の整数 m，n について，m^2n が 8 の倍数であることは，mn が 4 の倍数であるための $\boxed{\text{キ}}$ 。

(ii) x を $4 < x < 10$ を満たす実数とし，△ABC の 3 辺の長さを 3，7，x とする。$4 < x < 2\sqrt{10}$ であることは，△ABC が鈍角三角形であるための $\boxed{\text{ク}}$ 。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件ではない
② 十分条件であるが，必要条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

⑷　1，2，3，4，5，6，7 の 7 個の数字をそれぞれ 1 回ずつ用いて，7 桁（けた）の整数をつくる。

(i)　数字 1，2 が隣り合い，かつ数字 3，4 が隣り合う整数は $\boxed{ケコサ}$ 個ある。

(ii)　数字 1，2 が隣り合い，かつ数字 5，6 が隣り合わない整数は $\boxed{シスセ}$ 個ある。

⑸　すべての辺の長さが 4 の四角錐 OABCD がある。頂点 O から面 ABCD に垂線 OH を下ろす。

(i)　OH の長さは $\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}$ である。

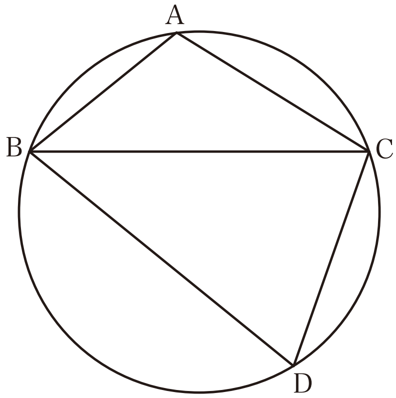
(ii)　直線 OH を軸として四角錐 OABCD を回転させるとき，△OAB（内部を含む）が通過してできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{チ}\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}}\pi$ である。

（下　書　き　用　紙）

数学①の試験問題は次に続く。

第２問

△ABC において, AB = 5, BC = 9, CA = 6 とする。△ABC の外接円を K とし，円 K の点 A を含まない弧 BC 上に，点 D を弦 BD と弦 CD の長さの比が 3：2 となるようにとる。



(1)　△ABC において余弦定理より，$\cos\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。また，正弦定理より，円 K の半径は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

さらに，△BCD に余弦定理を用いると，BD = $\boxed{\text{ク}}$ を得る。これより，$\sin\angle\mathrm{BCD} = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(2) 線分 CD の D を越える延長上に，DE = 3 を満たす点 E をとる。また，直線 BE と円 K の交点のうち，点 B と異なるものを F とする。このとき

$$\mathrm{BE} = \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}},\quad \mathrm{EF} = \frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

であり，△CEF の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

さらに，直線 BD と直線 CF の交点を G とすると

$$\mathrm{BG} = \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$$

である。

第3問

正四面体 ABCD の四つの頂点間を移動する点 P がある。点 P は時刻 0 秒に頂点 A にあるとする。その後，点 P は 1 秒ごとにその時点での頂点以外の三つの頂点にそれぞれ $\frac{1}{6}$ の確率で移動し，$\frac{1}{2}$ の確率でその時点での頂点にとどまる。

(1) 時刻 1 秒に点 P が頂点 A または頂点 B にある確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また，時刻 2 秒に点 P が頂点 A にある確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり，頂点 B にある確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(2) 時刻 0 秒から 3 秒までの間に，点 P が一度も頂点 B にない確率は $\dfrac{\boxed{\text{キクケ}}}{\boxed{\text{コサシ}}}$ である。また，時刻 3 秒に点 P が頂点 A にある確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(3)　正四面体 ABCD の頂点間を移動するもう一つの点を Q とする。点 Q は時刻 0 秒に頂点 B にあり，点 P と同様に 1 秒ごとに他の三つの頂点に $\frac{1}{6}$ の確率で移動し，$\frac{1}{2}$ の確率でその時点での頂点にとどまる。また，2 点 P，Q が同じ頂点にある状態を「2 点 P，Q が重なっている」ということにする。

(i)　時刻 1 秒に 2 点 P，Q が重なっている確率は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(ii)　時刻 2 秒に 2 点 P，Q が重なっている確率は $\frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(iii)　時刻 2 秒に 2 点 P，Q が重なっているとき，時刻 1 秒でも 2 点 P，Q が重なっていた条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

第４問

x の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 5$$

と定める。

(1) k を実数の定数とし，x の方程式

$$x + k = f(x) \quad \cdots\cdots \quad ①$$

を考える。①がただ一つの実数解をもつとき，$k = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

①の実数解の個数は，放物線 $y = f(x)$ と直線 $y = x + k$ の共有点の個数と一致する。したがって，$k = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ のとき，放物線 $y = f(x)$ と直線 $y = x + k$ はただ一つの共有点をもつ，すなわち接していることがわかる。

また，このとき①の実数解は $x = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ であるから，放物線 $y = f(x)$ と直線 $y = x + k$ の接点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}} \right)$ である。

⑵　放物線 $y = f(x)$ と直線 $y = x + 6$ の二つの共有点を A，B とし，それらの x 座標をそれぞれ α，β（$\alpha < \beta$）とする。このとき

$$\beta - \alpha = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

　また，放物線 $y = f(x)$ 上を点 P が点 A から点 B まで動くとすると，△ABP の面積が最大となるのは点 P の x 座標が $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ となるときで，このときの面積は $\dfrac{\boxed{\text{セソ}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

⑶　t を正の定数とし，$-t - \dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 2t - \dfrac{1}{2}$ における $f(x)$ の最大値，最小値をそれぞれ M，m とする。

$$f(x) = 2(x-1)^2 + 3$$

と変形できることから，$m = 4$ となるのは $t = \dfrac{\boxed{\text{ツ}} - \sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のときであり，$M = 8$ となるのは $t = \dfrac{-\boxed{\text{ナ}} + \sqrt{\boxed{\text{ニヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ のときである。