

2023 年度 奨学生入学試験

数 学

(試験時間 60分)

I 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、25 ページあります。出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目		ペ ー ジ	選 択 方 法
数学①	数学 I ・ 数学 A	3 ～ 13	数学①もしくは数学②のどちらか1科目を選択して解答しなさい。 ただし、教育学部初等教育課程を志願し、文系型で数学を受験する者は数学①を、理系型で数学を受験する者は数学②を必ず受験すること。
数学②	数学 I ・ 数学 A 数学 II ・ 数学 B	15 ～ 25	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 試験コード欄・座席番号欄
試験コード・座席番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
 - ② 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ③ 解答科目欄
解答する科目を一つ選び、科目名の右の○にマークしなさい。マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となります。
- 5 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

裏表紙へ続く、裏表紙も必ず読むこと。

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア** , **イウ** などには、符号(−, ±)又は数字(0~9)が入ります。**ア** , **イ** , **ウ** , …の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア** , **イ** , **ウ** , …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に−35 と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>				
イ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ウ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>				

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{2}{3}$ と答えたいときは、 $\frac{-2}{3}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{1}{2}$ と答えるところを、 $\frac{2}{4}$ のように答えてはいけません。

- 4 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで $\textcircled{0}$ にマークしなさい。

例えば、**キ** . **クケ** に 4.5 と答えたいときは、4.50 として答えなさい。

- 5 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、**コ** $\sqrt{\text{サ}}$ に $6\sqrt{2}$ と答えるところを、 $3\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

- 6 根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\text{シ} + \text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ に $\frac{1 + 2\sqrt{2}}{3}$ と答えるところを、 $\frac{2 + 4\sqrt{2}}{6}$ や $\frac{2 + 2\sqrt{8}}{6}$ のように答えてはいけません。

- 7 問題の文中の二重四角で表記された **タ** などには、選択肢から一つを選んで、答えなさい。

- 8 同一の問題文中に **チツ** , **テ** などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、**チツ** , **テ** のように細字で表記します。

数学② (数学Ⅰ・数学A) (数学Ⅱ・数学B)

数学①もしくは数学②のどちらか1科目を選択して解答しなさい。

教育学部 初等教育課程を志願し、文系型で数学を受験する者は数学①を、理系型で数学を受験する者は数学②を必ず受験すること。

解答用紙の解答科目欄に解答する科目を必ずマークすること。

数学② (数学Ⅰ・数学A)
(数学Ⅱ・数学B)

第1問

- (1) 2次方程式 $3x^2 - 8x + 2 = 0$ の二つの解を $x = \alpha, \beta$ とすると

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \beta$$

$$\frac{1}{\beta} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \alpha$$

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

(2) a, b は実数であるとする。このとき、次の , に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

① $a + b$ が有理数であることは、 a と b がともに有理数であるための 。

② $a^2 > b^2$ は、 $a^4 > b^4$ であるための 。

- ④ 必要十分条件である
- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要条件でも十分条件でもない

(3) $f(x) = x^2 - x$ とおく。

① $-3 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値は である。

② a を実数の定数とすると、方程式 $|f(x)| = a$ が異なる四つの実数解をもつような a の値の範囲は

$$\text{ケ} < a < \frac{\text{コ}}{\text{サ}}$$

である。

数学②

(4) 二つのベクトル $\vec{a} = (2, 2, 2)$, $\vec{b} = (5, 4, -3)$ のなす角を θ とする。こ

のとき, $\cos\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

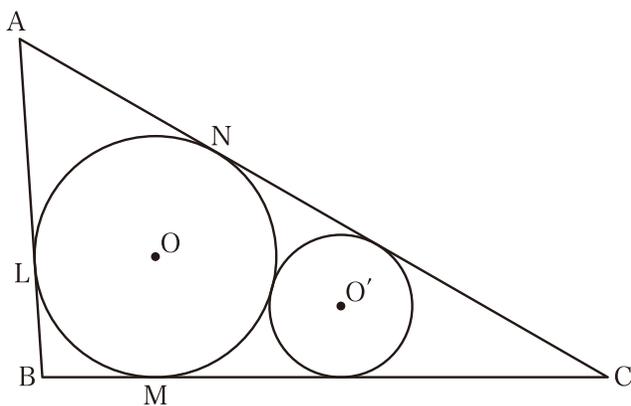
(5) $0 \leq x < 2\pi$ のとき, x の関数

$$f(x) = -\cos 2x + 2\sin x - 1$$

の最小値は $-\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ で, 最大値は $\boxed{\text{タ}}$ である。

第2問

△ABCにおいて、 $AB = 3$, $BC = 5$, $CA = 6$ とし、内接円Oの半径を r とする。また、円Oと辺AB, BC, CAの接点をそれぞれL, M, Nとする。さらに、△ABCの内部にあり、辺BC, CA, 円Oに接する円をO'とし、その半径を r' とする。



(1) $\cos \angle ACB = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ であり、△ABCの面積は $\boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

また、 $r = \frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(2) $CM = \boxed{\text{コ}}$ である。

また、 O' から直線 OM に下ろした垂線の足を H とする。このとき、点 O と点 O' はともに $\angle C$ の二等分線上にあり、 $\triangle O'OH$ と $\triangle COM$ は相似である。

このことに注意すれば

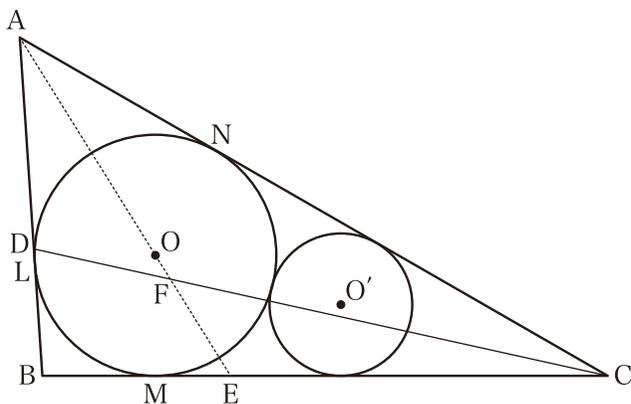
$$\frac{r'}{r} = \frac{\boxed{\text{サ}} - \sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

が得られる。

(3) 辺 AB を $5:3$ に内分する点を D 、 $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC の交点を E 、

線分 AE と線分 CD の交点を F とする。このとき、 $BE = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ であり、

$\frac{EF}{FA} = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。



第3問

a を実数の定数とする。 x の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x^2 - 2(a - 2)x + 2a^2 - 6a + 3$$

で定める。また、 x の二つの方程式

$$f(x) = 3 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$f(x) = -1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

を考える。

(1) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の y 座標は

$$a^2 - \boxed{\text{ア}} a - \boxed{\text{イ}}$$

であり、放物線 $y = f(x)$ が x 軸と異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{ウ}} - \sqrt{\boxed{\text{エ}}} < a < \boxed{\text{オ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) 不等式 $0 \leq f(1) \leq 200$ を満たす整数 a の個数は $\boxed{\text{カキ}}$ 個である。

(3)(i) 図1のように、 $x > 1$ における①の実数解がちょうど一つだけ存在し、かつ $x < 1$ において②が異なる二つの実数解をもつような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}} < a < \boxed{\text{サ}}$$

である。

(ii) 図2のように、 $x > 1$ における①の実数解が存在せず、かつ $x < 1$ において②が重解をもつような a の値は

$$a = \boxed{\text{シ}}$$

である。

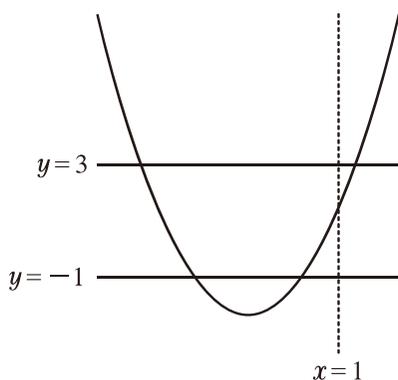


図 1

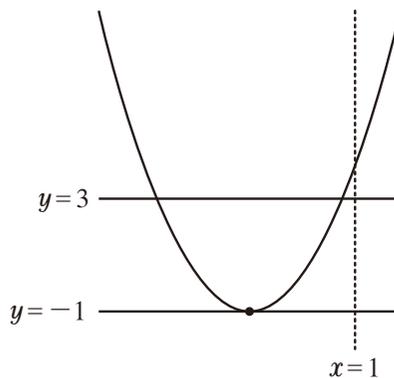


図 2

第4問

関数 $f(x) = x^3 - 3x$ について考える。

- (1) $f(x)$ が極値をとる x の値を a, b ($a < b$) とすれば, $a = \boxed{\text{アイ}}$, $b = \boxed{\text{ウ}}$

である。

- (2) 3点 $(a, f(a)), (b, f(b)), (0, 3)$ を通る放物線を $y = g(x)$ とすれば

$$g(x) = - \boxed{\text{エ}} x^2 - \boxed{\text{オ}} x + \boxed{\text{カ}}$$

である。

(3) x の方程式 $f(x) = g(x)$ の解で, $x = a, b$ でないものは $x = \boxed{\text{キク}}$ である。

(4) 曲線 $y = f(x)$ の接線で, 点 $(b, f(b))$ を通り, 傾きが 0 でないものを l とすると,

l の傾きは $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ であり, 曲線 $y = f(x)$ と l の接点の x 座標は $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$

である。

(5) 放物線 $y = g(x)$ ($x \geq 0$) と直線 l ($x \geq 0$), y 軸で囲まれる図形の面積を S とすると

$$S = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。