2023年度　一般入学試験　後期日程

数　　学

（試験時間　60分）

Ⅰ　注　意　事　項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　この問題冊子は，25ページあります。出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出　題　科　目		ペ　ー　ジ	選　択　方　法
数学①	数学Ⅰ・数学A	3 ～ 13	数学①もしくは数学②のどちらか**1科目を選択して解答しなさい。** ただし，**教育学部初等教育課程**を志願し，文系型で数学を受験する者は**数学①を**，理系型で数学を受験する者は**数学②を必ず受験すること。**
数学②	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B	15 ～ 25	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**試験コード欄・座席番号欄**

試験コード・座席番号(数字)を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄**

氏名・フリガナを**記入**しなさい。

③　**解答科目欄**

解答する科目を一つ選び，科目名の右の**〇**に**マーク**しなさい。**マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点**となります。

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

裏表紙へ続く，裏表紙も必ず読むこと。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イウ}$ などには，符号（－，±）又は数字（０～９）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{アイウ}$ に－35 と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	−	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
ウ	−	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{エオ}}{\boxed{カ}}$ に $-\dfrac{2}{3}$ と答えたいときは，$\dfrac{-2}{3}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{1}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{2}{4}$ のように答えてはいけません。

4　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしなさい。

例えば，$\boxed{キ}.\boxed{クケ}$ に 4.5 と答えたいときは，4.50 として答えなさい。

5　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}$ に $6\sqrt{2}$ と答えるところを，$3\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

6　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{シ}+\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}$ に $\dfrac{1+2\sqrt{2}}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{2+4\sqrt{2}}{6}$ や $\dfrac{2+2\sqrt{8}}{6}$ のように答えてはいけません。

7　問題の文中の二重四角で表記された $\boxed{\boxed{タ}}$ などには，選択肢から一つを選んで，答えなさい。

8　同一の問題文中に $\boxed{チツ}$ ，$\boxed{\boxed{テ}}$ などが２度以上現れる場合，原則として，２度目以降は，$\boxed{チツ}$ ，$\boxed{\boxed{テ}}$ のように細字で表記します。

数学①〔数学Ⅰ・数学A〕

数学①もしくは数学②のどちらか**１科目を選択して解答しなさい。**

教育学部 初等教育課程を志願し，文系型で数学を受験する者は**数学①を**，理系型で数学を受験する者は**数学②を必ず受験すること。**

解答用紙の解答科目欄に**解答する科目を必ずマークすること。**

数学① 〔数学Ⅰ・数学A〕

第１問

(1) $8a^2 + 4ab + 2a - b - 1$ を因数分解すると

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,a - \boxed{\text{イ}}\right)\left(\boxed{\text{ウ}}\,a + b + \boxed{\text{エ}}\right)$$

である。

(2) x の方程式 $|x+1| = -\dfrac{1}{2}x$ を満たす x の値は

$$x = \boxed{\text{オカ}},\ \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。また，x の不等式 $|x+1| \leqq -\dfrac{1}{2}x + 2$ を満たす整数 x は $\boxed{\text{コ}}$ 個

ある。

(3)　実数 a，b に対し，条件 p，q，r を

p：$-2 \leqq a \leqq 1$ かつ $-1 \leqq b \leqq 3$

q：$-5 \leqq a - b \leqq 2$

r：$|a| - 2 \leqq b \leqq -|a| + 2$

で定める。このとき，次の $\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

(i)　a，b が条件 p を満たすことは，a，b が条件 q を満たすための $\boxed{\text{サ}}$。

(ii)　a，b が条件 p を満たすことは，a，b が条件 r を満たすための $\boxed{\text{シ}}$。

⓪　必要十分条件である

①　必要条件であるが，十分条件ではない

②　十分条件であるが，必要条件ではない

③　必要条件でも十分条件でもない

(4)　等式 $x^2+8x=y^2$ は

$$\left(x+y+\boxed{\text{ス}}\right)\left(x-y+\boxed{\text{セ}}\right)=2^{\boxed{\text{ソ}}}$$

と変形できる。m，n が正の奇数で，$m^2+8m=n^2$ を満たすならば

$$(m,\ n)=\left(\boxed{\text{タ}},\ \boxed{\text{チ}}\right)$$

である。

(5)　次の表は，ある学校の 5 人の生徒 A，B，C，D，E について，国語と数学の小テストの得点をまとめたものである。

	A	B	C	D	E
国語	2	5	3	2	3
数学	3	4	5	3	5

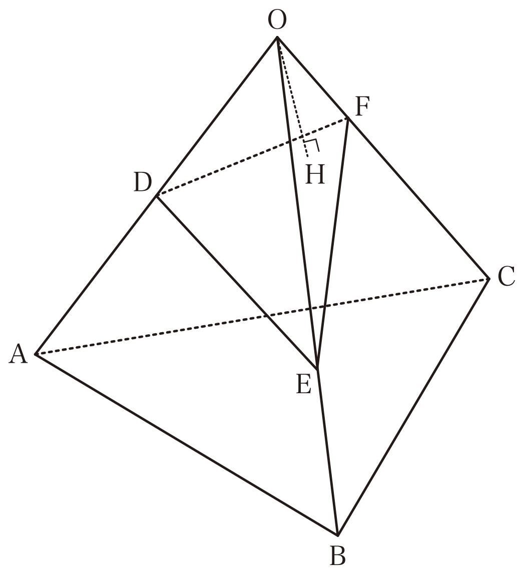
この 5 人の生徒の国語の得点の平均点は $\boxed{\text{ツ}}$ 点であり，数学の得点の平均点は $\boxed{\text{テ}}$ 点である。また，この 5 人の生徒の国語の得点の分散は $\boxed{\text{ト}}$. $\boxed{\text{ナ}}$ であり，数学の得点の分散は $\boxed{\text{ニ}}$. $\boxed{\text{ヌ}}$ である。この 5 人の生徒の国語の得点と数学の得点の共分散は $\boxed{\text{ネ}}$. $\boxed{\text{ノ}}$ である。

（下　書　き　用　紙）

数学①の試験問題は次に続く。

第2問

1辺の長さが6である正四面体OABCを考える。辺OA，OB，OC上にそれぞれOD = 3，OE = 4，OF = 2となるように点D，E，Fをとる。また，頂点Oから平面DEFに垂線OHを下ろす。



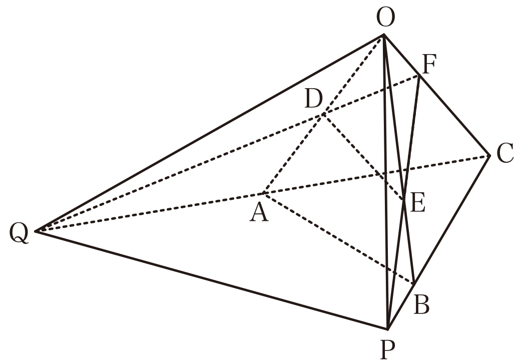
(1)　正三角形ABCの重心をGとすれば，直線AGと直線OGは直交するから，正四面体OABCの体積は $\boxed{アイ}\sqrt{\boxed{ウ}}$ である。このとき，四面体ODEFの体積と正四面体OABCの体積の比は $\boxed{エ}$: $\boxed{オ}$ である。

⑵　$\mathrm{DE} = \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}$，$\mathrm{DF} = \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$，$\cos\angle\mathrm{DFE} = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。また，

$\triangle\mathrm{DEF}$ の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。さらに，$\mathrm{OH} = \dfrac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$

である。

⑶　下図のように，直線 EF と平面 ABC の交点を P，直線 DF と平面 ABC の交点を Q とする。



このとき，$\dfrac{\mathrm{PB}}{\mathrm{BC}} = \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。また，四角形 DEPQ を底面とする四角錐 O－DEPQ の体積は $\boxed{\text{ナニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

第3問

袋の中に，形と大きさが同じである4枚のカードA，B，C，Dが入っており，4枚ともに数字の2が書かれている。このとき，次の枠内で定める「操作」を続けて何回か行う。ただし，「操作」を除いてカードを袋に戻すことは行わないものとする。

> 操作：袋の中から無作為にカードを1枚取り出し，書かれた数字を1だけ小さい数字に書き換える。書き換えて数字が1となった場合はカードを袋に戻し，0となった場合はカードを袋には戻さず，取り除く。

(1) 「操作」を2回行う場合を考える。カードが1枚取り除かれる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) 「操作」を3回行う場合を考える。カードが1枚も取り除かれない確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり，ちょうど3回目にカードが初めて取り除かれる確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3) 「操作」を 4 回行う場合を考える。2 回目の「操作」でだけカードが取り除かれる確率は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$，3 回目の「操作」でだけカードが取り除かれる確率は $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$，4 回目の「操作」でだけカードが取り除かれる確率は $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$ である。4 回の「操作」で取り除かれたカードが 1 枚であるとき，2 回目の「操作」でカードが取り除かれる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タチ}}$ である。

第４問

正の実数の定数 k を用いて，二つの２次関数 $f(x)$ と $g(x)$ を次の式で定める。

$$f(x) = -x^2 + kx$$

$$g(x) = x^2 - kx$$

(1)　関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を k を用いて表すと

$$\left(\frac{k}{\boxed{\text{ア}}},\ \frac{k^{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}} \right)$$

である。また，$g(x) = \dfrac{k^{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ を満たす x の値は k を用いて

$$x = \frac{\boxed{\text{エ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}k$$

と表せる。

(2)　関数 $h(x)$ を次のように定める。

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leqq k) \\ g(x) & (x > k) \end{cases}$$

p を実数の定数とするとき，x の方程式

$$h(x) = p \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{①}$$

を考える。方程式①が異なる三つの実数解をもつような p の値の範囲は k を用いて

$$\boxed{\text{キ}} < p < \frac{k^{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

と表せる。p の値がこの範囲にあるとき，方程式①の実数解を値の小さい順に x_1，x_2，x_3 とする。このとき

$$x_2 - x_1 = \sqrt{k^{\boxed{\text{コ}}} - \boxed{\text{サ}}\,p}$$

である。さらに，$x_3 - x_2 = x_2 - x_1$ が成り立つのは

$$p = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}k^{\boxed{\text{セ}}}$$

のときである。

(3)　(2)で定めた関数 $h(x)$ の，$1 \leqq x \leqq 3$ における最小値を m とする。$f(1) = f(3)$ を満たす k の値は

$$k = \boxed{\text{ソ}}$$

であることにも注意すると

$$m = \begin{cases} \boxed{\text{タ}}\,k + \boxed{\text{チ}} & (0 < k \leqq 1 \text{ のとき}) \\ \boxed{\text{ツ}} & (1 < k \leqq 3 \text{ のとき}) \\ \boxed{\text{テ}}\,k - \boxed{\text{ト}} & \left(3 < k \leqq \boxed{\text{ソ}} \text{ のとき}\right) \\ k - \boxed{\text{ナ}} & \left(k > \boxed{\text{ソ}} \text{ のとき}\right) \end{cases}$$

である。

（下　書　き　用　紙）

数学② 〔数学Ⅰ・数学A
数学Ⅱ・数学B〕

数学①もしくは数学②のどちらか**１科目を選択して解答しなさい。**

教育学部 初等教育課程を志願し，文系型で数学を受験する者は**数学①を**，理系型で数学を受験する者は**数学②を必ず受験すること。**

解答用紙の解答科目欄に**解答する科目を必ずマークすること。**

数学②〔数学Ⅰ・数学A／数学Ⅱ・数学B〕

第１問

⑴　$8a^2 + 4ab + 2a - b - 1$ を因数分解すると

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,a - \boxed{\text{イ}}\right)\left(\boxed{\text{ウ}}\,a + b + \boxed{\text{エ}}\right)$$

である。

⑵　x の方程式 $|x + 1| = -\dfrac{1}{2}x$ を満たす x の値は

$$x = \boxed{\text{オカ}},\ \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。また，x の不等式 $|x + 1| \leqq -\dfrac{1}{2}x + 2$ を満たす整数 x は $\boxed{\text{コ}}$ 個

ある。

(3) 実数 a，b に対し，条件 p，q，r を

$$p：-2 \leqq a \leqq 1 \text{ かつ } -1 \leqq b \leqq 3$$

$$q：-5 \leqq a - b \leqq 2$$

$$r：|a| - 2 \leqq b \leqq -|a| + 2$$

で定める。このとき，次の サ ， シ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

(i) a，b が条件 p を満たすことは，a，b が条件 q を満たすための サ 。

(ii) a，b が条件 p を満たすことは，a，b が条件 r を満たすための シ 。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

(4)　座標平面上で，2 点 (1，0)，(3，2) を直径の両端とするような円を C とする。

この円 C の方程式は

$$\left(x-\boxed{\text{ス}}\right)^2+\left(y-\boxed{\text{セ}}\right)^2=\boxed{\text{ソ}}$$

であり，円 C と直線 $y=\dfrac{1}{3}x+1$ の交点の x 座標は $\boxed{\text{タ}}$，$\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

(5)　△OAB は OA ＝ 2，OB ＝ 1，∠AOB ＝ 60°を満たすとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とおけば

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\text{テ}}$$

である。また

$$\vec{p}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b},\quad \vec{q}=3\vec{a}+\vec{b}$$

とするとき

$$\vec{p}\cdot\vec{q}=\boxed{\text{トナ}}$$

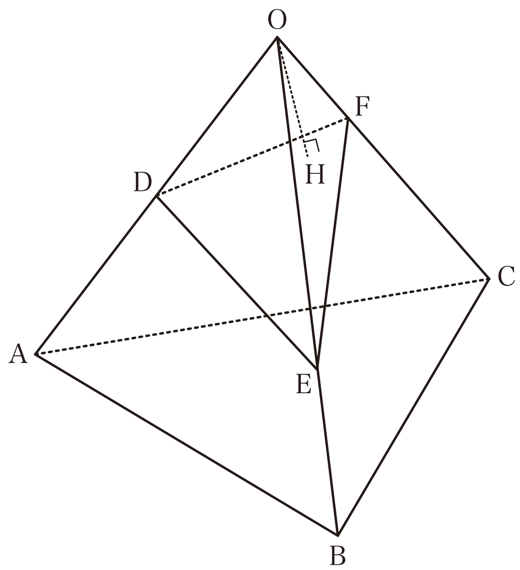
である。

（下　書　き　用　紙）

数学②の試験問題は次に続く。

第２問

1辺の長さが6である正四面体OABCを考える。辺OA，OB，OC上にそれぞれOD ＝ 3，OE ＝ 4，OF ＝ 2となるように点D，E，Fをとる。また，頂点Oから平面DEFに垂線OHを下ろす。



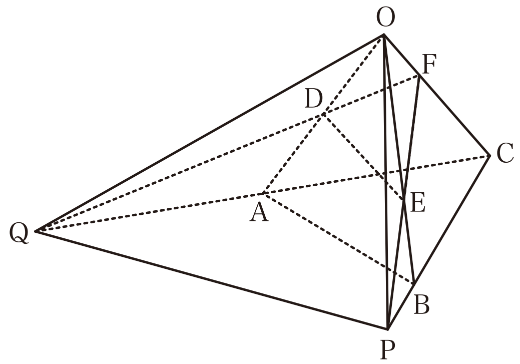
(1)　正三角形ABCの重心をGとすれば，直線AGと直線OGは直交するから，正四面体OABCの体積は $\boxed{\text{アイ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。このとき，四面体ODEFの体積と正四面体OABCの体積の比は $\boxed{\text{エ}}$: $\boxed{\text{オ}}$ である。

(2)　DE = $\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}$，DF = $\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$，$\cos\angle\text{DFE} = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。また，

△DEF の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。さらに，OH = $\dfrac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$

である。

(3)　下図のように，直線 EF と平面 ABC の交点を P，直線 DF と平面 ABC の交点を Q とする。



このとき，$\dfrac{\text{PB}}{\text{BC}} = \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。また，四角形 DEPQ を底面とする四角錐 O−DEPQ の体積は $\boxed{\text{ナニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

第３問

袋の中に，形と大きさが同じである４枚のカード A，B，C，D が入っており，４枚ともに数字の２が書かれている。このとき，次の枠内で定める「操作」を続けて何回か行う。ただし，「操作」を除いてカードを袋に戻すことは行わないものとする。

操作：袋の中から無作為にカードを１枚取り出し，書かれた数字を１だけ小さい数字に書き換える。書き換えて数字が１となった場合はカードを袋に戻し，０となった場合はカードを袋には戻さず，取り除く。

(1) 「操作」を２回行う場合を考える。カードが１枚取り除かれる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) 「操作」を３回行う場合を考える。カードが１枚も取り除かれない確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり，ちょうど３回目にカードが初めて取り除かれる確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3) 「操作」を 4 回行う場合を考える。2 回目の「操作」でだけカードが取り除かれる確率は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$，3 回目の「操作」でだけカードが取り除かれる確率は $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$，4 回目の「操作」でだけカードが取り除かれる確率は $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$ である。4 回の「操作」で取り除かれたカードが 1 枚であるとき，2 回目の「操作」でカードが取り除かれる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タチ}}$ である。

第４問

正の実数の定数 a と関数 $f(x) = -2x^2 + 2x + 3$ を用いて，関数 $g(x)$ を

$$g(x) = x^3 + ax^2 + f(x)$$

と定める。

(1)　座標平面において，曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ の交点の x 座標は $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}\,a$ である。

(2)　関数 $g(x)$ が極値をもつような a の値の範囲は

$$a > \boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

ここで，$m > \boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ を満たす整数 m のうち，最小のものは $\boxed{\text{オ}}$ である。$a = \boxed{\text{オ}}$ のとき，$g(x)$ が $x = \alpha$，β（$\alpha < \beta$）で極値をとるとすると

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{カキ}}, \quad \alpha\beta = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。これより

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}, \quad \beta - \alpha = \frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。さらに，$g(x)$ の極大値と極小値の差の絶対値は

$$|g(\beta) - g(\alpha)| = \frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

(3) $a = \boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ とする。連立不等式 $y \geqq -1$, $x \geqq -2$, $y \geqq f(x)$, $y \leqq g(x)$ が定める領域の面積を S とすると

$$S = \frac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}} - \boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。